

**Sveučilište u Zagrebu**  
**PMF – Matematički odjel**



# **Strukture podataka i algoritmi**

Poglavlje 4 -- Skupovi

**Zvonimir Bujanović**  
**Igor Jelaska**  
**Krunoslav Puljić**

## 5.3. Prioritetni red

- Ranije: sažimanje dvije sortirane liste L1 i L2 u jednu veliku sortiranu listu L

$$L1 = (a_1, a_2, \dots, a_i, \dots)$$

$$L2 = (b_1, b_2, \dots, b_j, \dots)$$

- algoritam:
  - promatramo tekuće elemente  $a_i$  i  $b_j$
  - manjeg od njih ubacujemo na kraj liste L
  - pomaknemo se za 1 mjesto desno u onoj listi iz koje je bio manji element

## 5.3. Prioritetni red

- Sažimanje  $m$  sortiranih lista  $L_1, L_2, \dots, L_m$  u jednu veliku sortiranu listu  $L$

$$L_1 = (a_1, a_2, \dots, a_i, \dots)$$

$$L_2 = (b_1, b_2, \dots, b_j, \dots)$$

...

$$L_m = (c_1, c_2, \dots, c_k, \dots)$$

- algoritam:
  - promatramo tekuće elemente  $a_i, b_j, \dots, c_m$
  - najmanjeg od njih ubacujemo na kraj liste  $L$
  - pomaknemo se za 1 mjesto desno u onoj listi iz koje je bio najmanji element

## 5.3. Prioritetni red

Kako odrediti najmanji od tekućih elemenata?

- prva ideja: for-petlja kroz svih  $m$  tekućih elemenata –  $O(m)$
- bolje – pomoću hrpe:
  1. u hrpu ubacimo prve elemente svih lista (INSERT)
  2. u svakom koraku:
    - (a) izbacimo iz hrpe najmanji element (DELETE\_MIN)
    - (b) ubacimo taj element na kraj rezultatne liste  $L$
    - (c) ako je taj element pripadao listi  $L_r$ , onda u  $L_r$  pomaknemo tekući element za 1 mjesto udesno, pa novi tekući element iz te liste ubacimo u hrpu (INSERT)
- složenost:  $O(\log m)$  za svaki korak (a)+(b)+(c)

# Zadatak

Napravite prva 3 koraka kod sažimanja sortiranih listi

$$L1 = \{1, 3, 8, 11, \dots\}$$

$$L2 = \{2, 6, 12, 15, \dots\}$$

$$L3 = \{2, 8, 14, 21, \dots\}$$

$$L4 = \{3, 4, 7, 10, \dots\}$$

$$L5 = \{1, 9, 12, 15, \dots\}$$

u jednu sortiranu.

**Rješenje.**

Prvo prve elemente svih lista ubacujemo u hrpu.

Prvi element je tekući u svakoj listi. Uz svaki element u hrpi pamtimo i iz koje liste dolazi.

# Zadatak

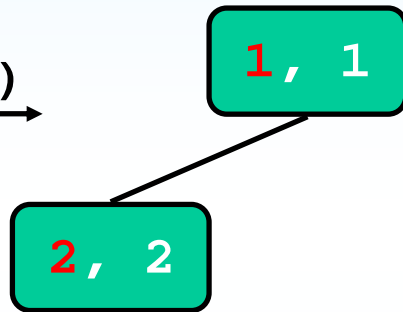
MAKE\_NULL(&H)



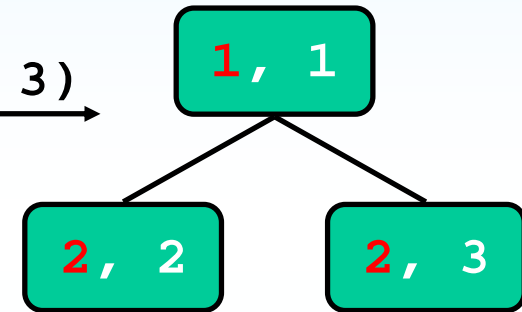
INSERT(1, 1)



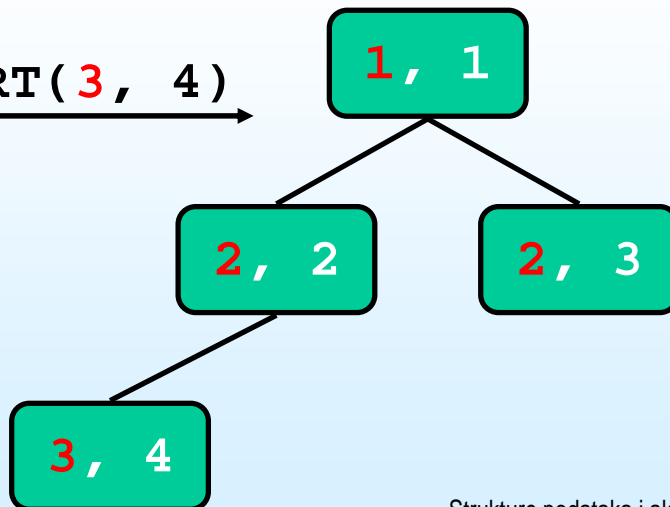
INSERT(2, 2)



INSERT(2, 3)



INSERT(3, 4)



L1 = {1, 3, 8, 11, ...}

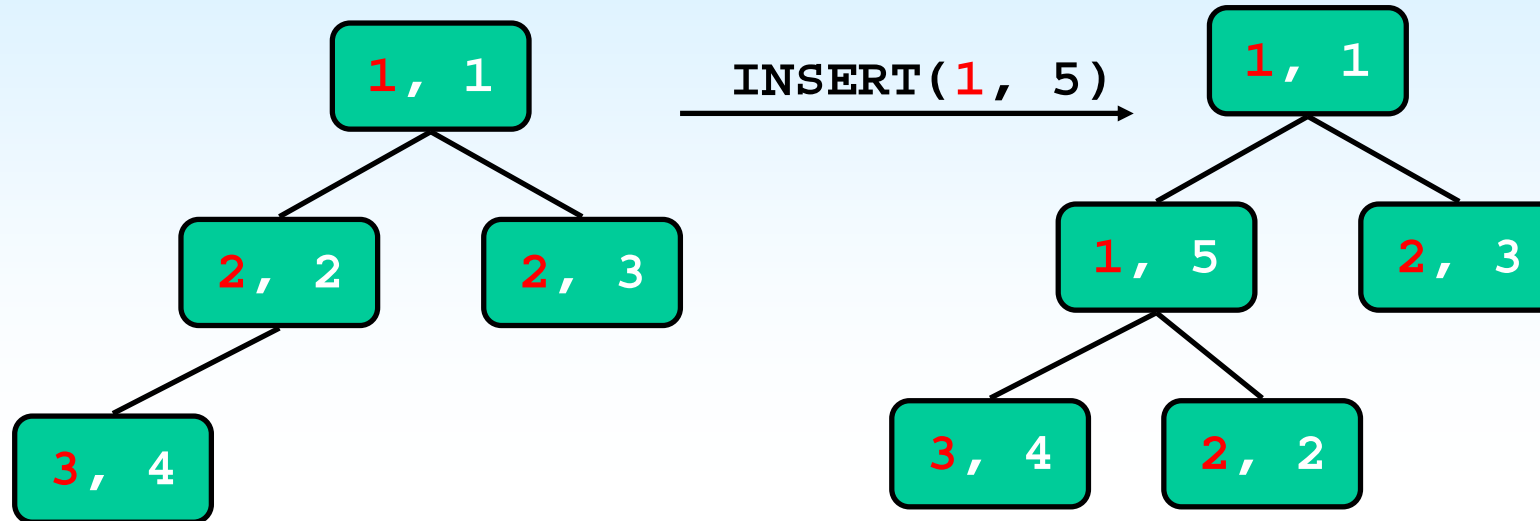
L2 = {2, 6, 12, 15, ...}

L3 = {2, 8, 14, 21, ...}

L4 = {3, 4, 7, 10, ...}

L5 = {1, 9, 12, 15, ...}

# Zadatak



$$L1 = \{1, 3, 8, 11, \dots\}$$

$$L2 = \{2, 6, 12, 15, \dots\}$$

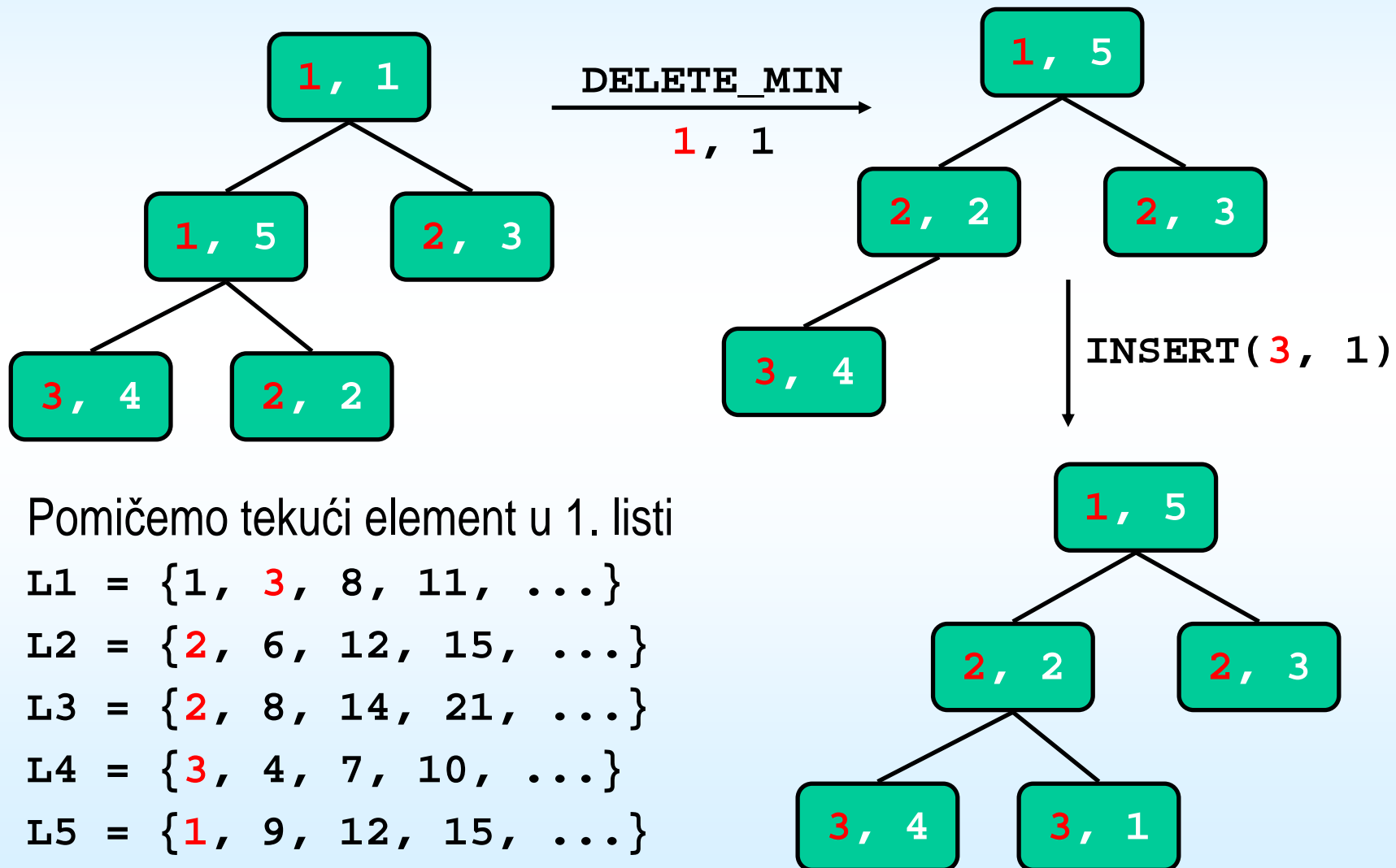
$$L3 = \{2, 8, 14, 21, \dots\}$$

$$L4 = \{3, 4, 7, 10, \dots\}$$

$$L5 = \{1, 9, 12, 15, \dots\}$$

# Zadatak

1. korak: **DELETE\_MIN** vraća element **1** iz liste 1



Pomičemo tekući element u 1. listi

L1 = {1, 3, 8, 11, ...}

L2 = {2, 6, 12, 15, ...}

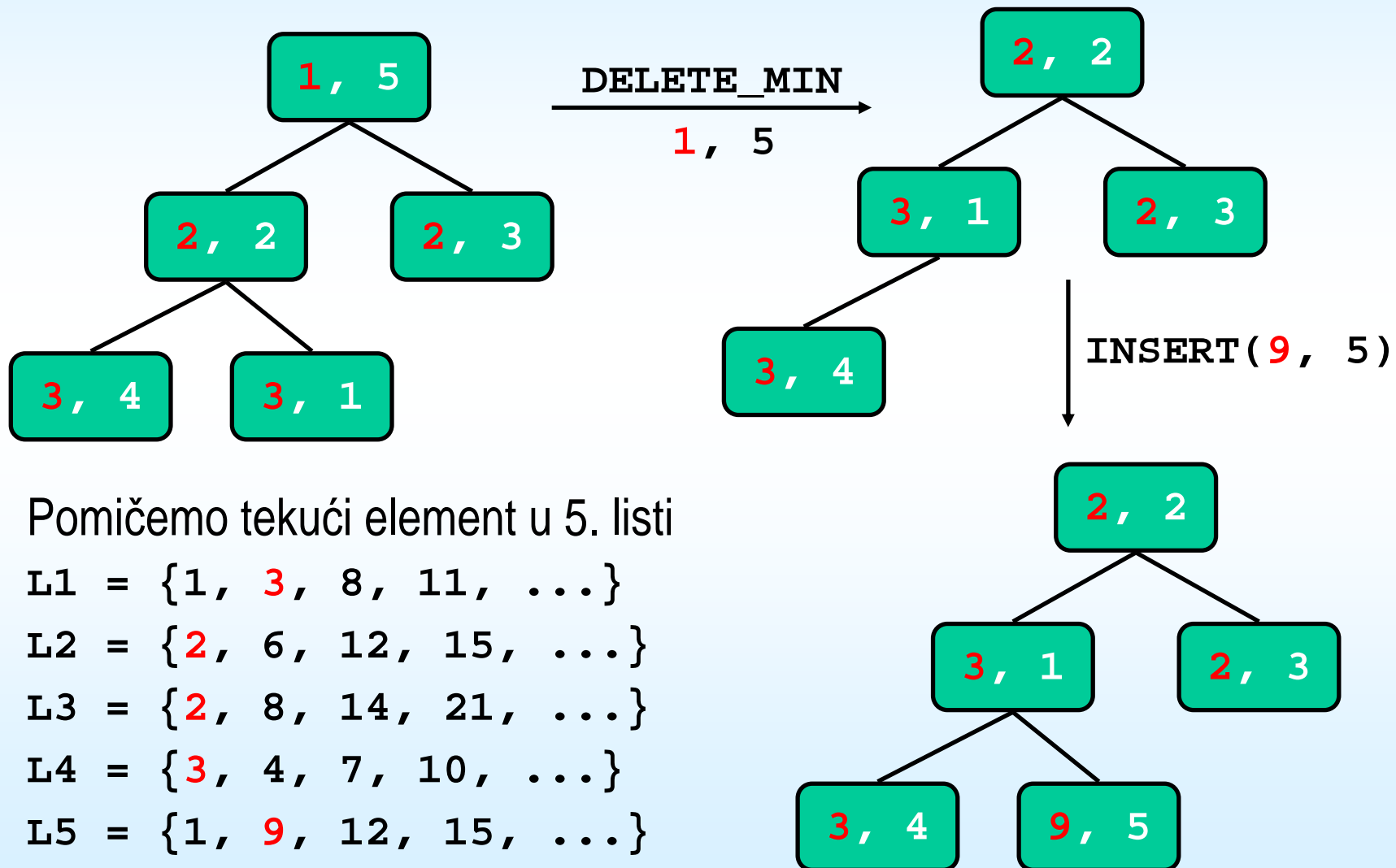
L3 = {2, 8, 14, 21, ...}

L4 = {3, 4, 7, 10, ...}

L5 = {1, 9, 12, 15, ...}

# Zadatak

2. korak: **DELETE\_MIN** vraća element **1** iz liste 5



Pomičemo tekući element u 5. listi

L1 = {1, 3, 8, 11, ...}

L2 = {2, 6, 12, 15, ...}

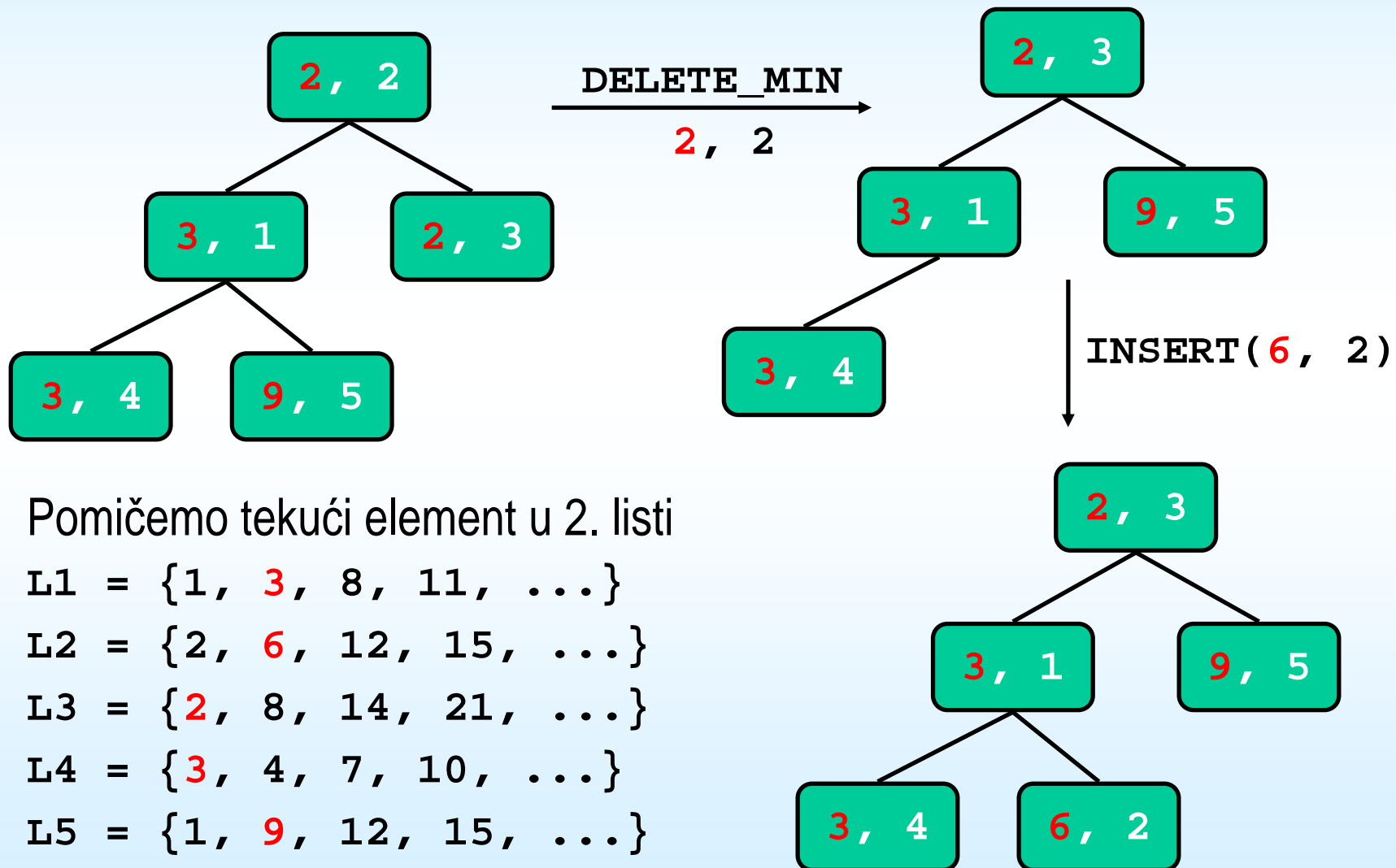
L3 = {2, 8, 14, 21, ...}

L4 = {3, 4, 7, 10, ...}

L5 = {1, 9, 12, 15, ...}

# Zadatak

3. korak: **DELETE\_MIN** vraća element **2** iz liste 2



Pomičemo tekući element u 2. listi

L1 = {1, **3**, 8, 11, ...}

L2 = {2, **6**, 12, 15, ...}

L3 = {**2**, 8, 14, 21, ...}

L4 = {**3**, 4, 7, 10, ...}

L5 = {1, **9**, 12, 15, ...}